Une séquence d'informatique débranché comportant une dimension recherche pour l'apprentissage des algorithmes de tri *

Maryna Rafalska [1] et Patrick Gibel [2]

[1] LINE, Université Côte d'Azur, France
maryna.rafalska@univ-cotedazur.fr
[2] LAB-E3D, Université de Bordeaux, France
patrick.gibel@u-bordeaux.fr

Résumé. Dans ce papier, nous présentons une séquence d'informatique débranché qui vise la découverte par les élèves de la spécialité Numérique et Sciences Informatiques (NSI) des algorithmes de tri ; ces derniers occupent une place importante dans les programmes. La recherche actuelle met en lumière et étaye les potentialités didactiques de l'activité « Tri de cartes » au lycée ce qui permet de prolonger et d'adapter les études antérieures menées à l'école primaire. En outre, dans ce travail nous étudions la possibilité du passage du développement des méthodes générales de rangement par les élèves à l'élaboration et l'analyse des algorithmes de tri associés du point de vue de leur complexité ainsi que les raisonnements des élèves associés. Pour cela nous faisons la référence à la Théorie des Situations didactiques comme cadre théorique et l'ingénierie didactique comme méthodologie de recherche. Cet écrit vise à présenter les premiers résultats de l'analyse des expérimentations de la séquence dans plusieurs classes de lycée français en l'illustrant par trois cas le travail des élèves sur le calcul du nombre minimal de coups nécessaires pour effectuer le rangement en fonction du nombre d'objets.

Mots clés : informatique débranché, algorithmes de tri, jeu, raisonnement, didactique, lycée.

1 Introduction

La spécialité Numérique et Sciences Informatiques (NSI) a été introduite au lycée en France en 2019 en classe de Première et Terminale. Ce nouvel enseignement pose plusieurs questions d'ordre épistémologique, didactique et pédagogique. Une des questions qui émerge concerne les activités et les ressources favorisant l'apprentissage des concepts du programme. Dans ce contexte, ce travail cherche à apporter des solutions

* Cette recherche a été partiellement soutenue par le projet ASMODEE, ANR-21-SSMS-0001.

concrètes pour le terrain et la formation des enseignants en se basant sur les résultats de recherche.

Un des thèmes proposés dans les programmes 2019 de NSI concerne les algorithmes de tri qui comprend des algorithmes “classiques” (comme, par exemple, le tri par insertion ou le tri par sélection) ainsi que leurs coûts dans le pire cas et la preuve de la correction et de la terminaison. En même temps, les observations menées au lycée montrent que l’enseignement de ces algorithmes est réalisé généralement par la présentation des étapes de chaque algorithme de tri par le professeur, suivi par leur programmation. Ainsi, il existe la possibilité d’une acquisition de ces algorithmes uniquement d’un point de vue « purement technique » sans que les élèves n’accèdent aux raisons de savoir et à l’analyse approfondie des méthodes de tri. De plus, cette approche peut amener à une représentation des classes de NSI comme un espace réservé à la programmation [7]. Dans cet écrit nous proposons une méthode alternative pour introduire des algorithmes de tri auprès des élèves en utilisant une séquence d’informatique débranché comportant une dimension recherche. L’hypothèse à la base de ce choix est que l’utilisation de ce type de situation permet de restituer le sens des concepts en jeu et d’engager l’ensemble des élèves dans une activité algorithmique riche du point de vue de sa nature ce qui, en conséquence, va favoriser leurs apprentissages.

Dans ce travail, nous nous appuierons sur les recherches antérieures [10] qui ont permis d’établir la potentialité de la situation « Tri de cartes » pour faire découvrir des procédures assimilables à des algorithmes de tri à l’école primaire. Nous avons un objectif double. Premièrement, mettre les potentialités didactiques de cette situation à l’épreuve au lycée. Deuxièmement, étudier la possibilité du passage du développement des méthodes générales de rangement par les élèves à l’analyse des algorithmes de tri associés (notamment, du point de vue de leur complexité) ainsi que les raisonnements des élèves associés.

Nous commençons par la présentation des aspects théoriques sur lesquels se base notre recherche et la méthodologie utilisée. Ensuite, nous présenterons la situation évoquée ainsi que son analyse a priori. Nous poursuivrons par la description des informations concernant des expérimentations réalisées et présenterons quelques résultats. Enfin, nous finissons par les conclusions et des perspectives du travail.

2 Cadre théorique et méthodologie

Dans cette étude nous nous basons sur la Théorie des situations didactiques (TSD) développée par Brousseau [4] et les travaux ultérieurs [5, 6]. La séquence a été conçue par les auteurs comme une séquence comportant une dimension recherche dans le sens où elle inclut une phase de recherche autonome par les élèves de la solution d’un problème, suivi par une présentation des solutions devant d’autres élèves ainsi que devant le professeur et se concluant par une institutionnalisation des savoirs par le professeur [3]. Le problème « Tri de cartes » proposé aux élèves (dont la description est donnée dans la section suivante) est basé sur le problème de tri d’une liste non vide. Ce dernier est un problème fondamental pour l’algorithme selon les critères correspondants proposés par Modeste [8] et, ainsi, peut être utilisé pour la construction de situations d'enseignement et d'apprentissage (ce qui justifie notre choix). A partir du problème général « Tri de carte » et grâce au choix des valeurs des variables didactiques nous proposons une suite de jeux successifs qui vise à amener les élèves à la construction d'algorithmes de tri et à leur analyse. Plus précisément, le choix de variables didactiques a été fait de telle manière qu'au fur et au mesure que les élèves avancent dans les jeux, ils peuvent d'abord construire des suites d'actions, puis des procédures (suite d'actions dont les élèves peuvent rendre compte) et éventuellement des méthodes générales (programmes d'actions finalisés indépendants des conditions). Du point de vue algorithmique, au fil des jeux, les élèves passent des algorithmes instanciés (permettant effectuer le rangement uniquement pour certains placements initiaux) aux algorithmes de tri génériques (qui fonctionnent pour n'importe quel placement des cartes au départ). Il est notamment attendu que les élèves puissent retrouver les algorithmes de tri « classiques » comme, par exemple, le tri à bulle, le tri par sélection, le tri par insertion, etc.

Les jeux successifs ont été conçus comme des situations adidactiques d'action dans lesquelles l'élève au travers des interactions avec le milieu construit des connaissances implicites. En plus de ces situations d'action, la phase de recherche conduit à une phase de formulation des stratégies développées par les élèves dans laquelle l'élève transmet sous une forme quelconque à un autre sujet les connaissances en question (ce qui les rends explicites) et à la situation de validation dans laquelle les élèves établissent la validité de ces connaissances.

La situation « Tri de cartes » s'inscrit dans l'approche débranchée de l'enseignement de l'informatique (connue sous le nom de CS Unplugged) qui vise à initier les apprenants aux concepts clés de cette discipline sans utiliser les outils numériques [2]. La situation élaborée reprend la plupart des caractéristiques des activités débranchées proposées par [9], notamment par l'utilisation d'objets tangibles plutôt qu'un ordinateur et par l'engagement des élèves dans une activité basée sur les jeux.

Notre méthode est celle de l'ingénierie didactique qui comprend des étapes suivantes : les analyses préalables, la conception et l'analyse a priori des situations didactiques de l'ingénierie, l'expérimentation et enfin la phase de l'analyse a posteriori et de l'évaluation [1]. La confrontation de l'analyse a priori et l'analyse a posteriori vise à valider des hypothèses engagées dans la recherche ou proposer des modifications de l'ingénierie. Nous présentons les éléments de ces analyses dans les sections suivantes.

3 Présentation du problème « Tri de carte » et des jeux

Le problème « Tri de cartes » est formulé de la façon suivante :

Étant donné m grilles contenant n cartes faces cachées choisies au hasard parmi N cartes (n<N), trouver une(des) méthode(s) qui permet(tent) de trier simultanément les cartes de chacune des grilles en utilisant (au plus) k coups. Un coup correspond à l'enchaînement des trois opérations de base (« retourner deux cartes », « les comparer et les mettre dans l'ordre », « reposer les cartes, face cachée, sur les cases vides »).

Comme cela a été déjà indiqué dans la section précédente, les choix des valeurs des variables didactiques *n*, *N*, *m*, *k* génère la suite des jeux successifs suivants.

« Battre les 13 cartes de la même couleur. Choisir au hasard 10 cartes parmi ces 13 cartes et les placer face cachée sur une grille avec 10 cases (Fig.1). Dans chaque jeu ci-dessous trier les cartes en utilisant uniquement les trois opérations suivantes :

- retourner deux cartes ;
- comparer les deux cartes et les mettre dans l'ordre ;
- reposer les cartes, face cachée, sur les cases vides.

Jeu 1 (individuel). Effectuer les actions que vous pensez nécessaires pour trier les cartes. Le nombre de coups n'est pas limité. La partie est gagnée si les cartes sont triées.

Jeu 2 (en binôme). Donner les instructions, correspondant aux trois opérations autorisées, à votre camarade qui ne peut que formellement exécuter les commandes sans vous montrer les cartes retournées. Quand vous pensez que les cartes sont triées, dites « stop ». Retournez les cartes pour vérifier. La partie est gagnée si les cartes sont triées.

Jeu 3 (en groupe). Donner les instructions, correspondant aux trois opérations autorisées, à trois (ou plus) camarades qui n'exécutent que formellement les commandes en même temps sans vous montrer les cartes retournées. Quand vous pensez que les cartes sont triées, dites « stop ». Retournez les cartes sur toutes les grilles pour vérifier. La partie est gagnée si les cartes de tous les camarades sont triées.

Jeu 4 (en groupe ou en classe entière). Donner les instructions pour trier les cartes de vos camarades en même temps selon des règles du jeu 3 avec le moins de comparaisons possibles. Quand vous pensez que les cartes sont triées, dites « stop ». La partie est gagnée si les cartes de tous sont triées en utilisant moins de coups que les autres joueurs. »

Fig. 1.

3.1 Analyse a priori du point de vue des stratégies susceptibles à apparaître dans les jeux

Dans le jeu 1, il n'est pas attendu l'apparition de stratégies génériques mais plutôt que les élèves élaborent des suites d'actions qui se reposent en grande partie sur la mémorisation des valeurs des cartes et leurs positions afin d'effectuer le tri. Ainsi, le but de ce jeu est plutôt l'appropriation des règles du jeu par les élèves. En particulier, ils doivent comprendre les trois opérations autorisées et « apercevoir » la possibilité de gagner dans le jeu (le fait qu'il existe une suite d'actions (de permutations) qui permette à partir d'une suite donnée des cartes d'obtenir une suite triée).

Dans le jeu 2, le joueur formule la suite d'actions en désignant les cartes sur lesquelles opérer, il ne voit plus les cartes, mais il peut observer si les cartes ont été échangées ou non après l'observation de son camarade qui effectue les actions dictées. Il lui est toutefois difficile de mémoriser les positions des cartes échangées, ce qui incite à chercher des stratégies plus efficaces. Des stratégies très variées sont susceptibles d'apparaître. On peut, notamment, envisager plusieurs stratégies basant sur l'information de la présence ou de l'absence d'un échange de cartes lors d'une comparaison. Cette information peut être utilisée dans deux buts : pour savoir quand il faut dire « stop » (stratégies 1, 2 et 3 ci-dessous) ou pour déterminer dans la suite d'actions le choix suivant de cartes à comparer (stratégie 4 ci-dessous). L'élève, par exemple, peut indiquer à chaque fois au camarade les cartes choisies par hasard pour qu'il effectue les opérations évoquées et dire « stop » quand il remarque qu'au bout d'un moment il n'y a plus d'échanges effectués (stratégie 1). Sinon, l'élève qui joue peut mettre en place un procédé systématique de comparaison des cartes qui permettra de contrôler les échanges faits. Par exemple, il peut demander au camarade de comparer les cartes consécutives deux à deux en partant de la première position vers la dernière et en répétant le procédé jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'échanges (stratégie 2). Il est possible aussi que l'élève puisse demander d'effectuer les comparaisons des cartes consécutives deux à deux en alternant le sens (par exemple, de la première position vers la dernière puis de la dernière vers la première) jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'échanges (stratégie 3). Une autre stratégie qui peut apparaître consiste à création d'un sous-ensemble des cartes avec l'ordre local installé (du nombre 1 pour le début du procédé) qui à chaque étape augmente par l'insertion d'une carte de la partie non triée (stratégie 4). Selon cette stratégie, l'élève commence par comparer les cartes consécutives deux à deux en partant de la première position vers la dernière jusqu'au premier échange des cartes ou jusqu'à la dernière position (dans le cas où les cartes sont déjà triées). Dans le premier cas, il poursuit par le changement de sens de comparaison en demandant à comparer les cartes consécutives deux par deux en suivant le sens inverse jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'échange de cartes. Puis, il reprend la comparaison à partir de la carte où le changement de sens avait été effectué.

Parmi des stratégies où l'information sur l'échange n'est pas utilisée, on peut envisager la suivante. L'élève demande à comparer d'abord la première carte à toutes les autres cartes, ensuite la deuxième avec les autres, etc. (stratégie 5). Cela conduira à placer d'abord la plus petite carte à la première position, ensuite la « bonne » carte sur la deuxième position, etc. Les élèves peuvent aussi mettre en place cette stratégie en partant de la dernière carte vers la carte qui se trouve à la première position. Il est aussi possible que l'élève, à cette étape, mette en place une stratégie qui nécessite moins de comparaisons de cartes (cf. stratégie 6 ci-dessous).

Dans le jeu 3, les élèves n'ont plus la possibilité de contrôler les échanges des cartes car ils donnent les instructions à plusieurs exécuteurs en même temps dont les suites initiales de cartes sur les grilles ne sont pas forcément les mêmes. Ainsi, ceux qui ont élaboré les stratégies qui sont basées sur l'information de la présence ou de l'absence d'échanges de cartes lors d'une comparaison sont amenés à les faire évoluer ou à chercher d'autres stratégies à employer pour gagner dans ce jeu. Par exemple, la stratégie 1 disparaîtra alors que les stratégies 2, 3 et 4 pourront évoluer en prenant en compte les nouvelles contraintes (à la condition que l'élève analyse les relations qui sont impliquées dans les stratégies).

Le défi auquel l'élève est confronté dans le jeu 3 diffère selon la stratégie élaborée. Notamment, les élèves qui ont élaboré, à l'issue du jeu 2, les stratégies 2 et 3 seront confrontés dans le jeu 3 à la question du moment de l'arrêt du processus de comparaison des cartes. Pour répondre à cette question, l'élève doit comprendre que le processus de comparaison selon la stratégie 2 conduira à placer d'abord la carte avec la plus grande valeur à la dernière position, ensuite la seconde plus grande carte sur l'avant-dernière position et ainsi de suite jusqu'à ce que la plus petite carte soit placée sur la première position.[3]. D'après la stratégie 3, les cartes sont progressivement rangées des extrémités de la suite vers la ou les cartes placées au milieu de la grille. De ce fait, la partie non-triée de la suite diminue à chaque passage jusqu'à ce qu'il ne reste qu'une paire des cartes à comparer ce qui indiquera le moment pour dire « stop »[4].

L'élève qui a mis en place dans le jeu 2 la stratégie 4, afin de gagner dans le jeu 3 doit envisager le pire cas de placement des cartes (quand la carte avec la plus petite valeur est placée à la dernière position). Cela conduira à l'évolution de la stratégie, ce qui implique que la comparaison des cartes dans le sens inverse à chaque fois doit être faite jusqu'à la première position[5].

Le jeu 4 pose la question du nombre minimal de coups nécessaires pour trier les cartes à l'aide de la stratégie trouvée. Cela exigera un travail d'analyse plus profond de la stratégie élaborée. A la fin de cette phase, il est attendu que les stratégies non optimales issues des jeux précédents évoluent vers des stratégies qui sont moins coûteuses du point de vue du nombre de coups à effectuer pour trier la suite de cartes. Par exemple, la stratégie 5 peut être modifiée en demandant de comparer chaque carte (en partant de la carte placée à la première position) avec les autres cartes dont le numéro de place est supérieur à celle concernée (stratégie 6)[6]. Cela permet de placer toutes les cartes progressivement à leurs places définitives en utilisant moins de coups que dans la stratégie 5. Il est aussi envisageable que les élèves essaient de remplacer les stratégies trouvées par d'autres stratégies, plus efficaces en termes de nombre de coups.

4 Expérimentations et la récolte des données

Les expérimentations ont eu lieu pendant les années 2022 et 2023 en spécialité NSI au lycée Saint John Perse (Pau) en classe de Première (16 élèves) et au lycée de Nay en classe de Première (12 élèves) et de Terminale (10 élèves). Le nombre de séances et le temps consacrés à chaque phase a été laissé au libre choix de l'enseignant. Les deux

[3] Il s'agit de l'algorithme de tri à bulles.
[4] Il s'agit de l'algorithme de tri cocktail.
[5] Il s'agit de l'algorithme de tri par insertion.
[6] Il s'agit de l'algorithme de tri par sélection.

enseignants impliqués dans les expérimentations sont des professeurs de mathématiques agrégés qui interviennent également dans la spécialité NSI dans leurs lycées. Une telle prise en charge de la spécialité NSI par les professeurs de mathématiques est assez courante en France. Même si un CAPES[7] informatique a été créé, le nombre de postes reste encore limité.

Pour la classe de Première, il s'agissait d'une première « rencontre » avec les algorithmes de tri alors que pour la Terminale une redécouverte (les algorithmes de tri ayant été introduits pour ces élèves en classe de Première). La séquence proposée commençait par les quatre jeux évoqués (ce qui a pris une ou deux séances selon la classe), puis les élèves ont travaillé sur le problème général formulé de la façon suivante : « Trouver une/des méthode/s pour trier n cartes ($n \in \mathbb{N}$) pour p élèves ($p \in \mathbb{N}$) en même temps dans le moins de coups possibles (un coup, c'est en enchaînant les trois opérations de base) ». Par la suite, trois questions ont été proposées aux élèves. Les deux premières portaient sur la preuve des méthodes trouvées (correction et terminaison) alors que la troisième concernait le nombre de coups minimal nécessaires pour garantir un rangement dans l'ordre croissant en fonction du nombre n de cartes qu'on possède au départ. Une séance a été consacrée à la présentation par les élèves devant la classe des méthodes trouvées ainsi que les résultats de leur analyse. Dans les classes de Première, les élèves ont également eu une séance consacrée à la programmation des algorithmes trouvés et une qui était dédiée au bilan.

Le corpus de ce travail est constitué par les données audiovisuelles des échanges collectifs (prises par la vue de la classe entière) et du travail des élèves au sein des groupes ainsi que par les productions des élèves. Ces dernières sont représentées par les fiches d'élèves que les élèves ont dû remplir après chaque jeu ainsi qu'à l'issue du travail sur le problème général et les trois questions évoquées précédemment. Les élèves étaient libres dans le choix de la représentation des méthodes élaborées (ce qui a été annoncé explicitement par les professeurs). Le matériel a été à disposition des élèves pendant toutes les séances débranchées y compris lors du travail sur le problème général.

5 Les éléments d'analyse et premiers résultats

Dans ce papier nous ne présentons qu'une partie des résultats qui concerne plutôt la production des algorithmes par les élèves et l'analyse de leurs complexités.

L'analyse des données nous a permis de faire plusieurs constats. Premièrement, les élèves rentrent assez facilement dans les jeux proposés. Ces derniers fonctionnent comme des situations adidactiques au sens de la TSD conduisant les élèves à la recherche et la rédaction des méthodes générales sans interventions directes de l'enseignant. Pour les stratégies apparues lors des situations d'actions, le déroulement effectif confirme l'analyse faite a priori. En effet, pour gagner au jeu 1 les élèves se sont basés principalement sur leurs mémoires alors que dans le jeu 2 la saturation de la mémoire

---

[7] Le certificat d'aptitude au professorat de l'enseignement du second degré est un concours professionnel du ministère français de l'Education national, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche.

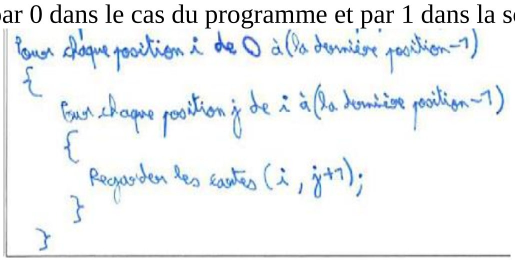
les a amenés à la recherche des stratégies plus efficaces. Ces dernières se sont modifiées ou ont été remplacées par les autres stratégies dans le jeu 3. A la fin du jeu 4, dans la majorité de groupes de chaque classe, nous avons pu constater l'émergence des algorithmes de tri tels que le tri à bulle, les tris par insertion et par sélection, le tri pair/impair ainsi que le tri cocktail.

Un constat surprenant pour la classe de Terminale est que les élèves qui sont censés avoir un répertoire didactique [6] concernant les algorithmes de tri depuis de la classe de Première, ne se sont pas rendu compte que la situation proposée est celle où ces connaissances peuvent être utilisées. Ils ont redécouvert les algorithmes à nouveau. Cela renforce l'hypothèse que l'enseignement de nature ostensive des algorithmes de tri (ce qui a été fait dans ce classe) ne permet pas l'acquisition suffisante de ces derniers.

Nous pouvons aussi constater quelques difficultés des élèves, notamment celle de formuler les méthodes trouvées. Dans les productions des élèves, nous retrouvons une variété de représentations, notamment celles où les élèves font recours au langage naturel ou de programmation ou encore utilisent des schémas pour illustrer leurs stratégies. Un exemple d'utilisation d'un langage qui peut s'apparenter à du pseudo-code (combinaison de langage courant et de langage de programmation) utilisé par un élève de la classe de Première est montré sur la Fig. 2. Dans cet exemple, nous constatons que dès le jeu 3 et même dans un contexte débranché, l'élève se projette dans la programmation de l'algorithme trouvé. Cela peut être expliqué d'une part par l'existence d'un contrat implicite selon lequel le travail dans une classe de NSI a pour finalité la programmation, et d'autre part la facilité que cet élève a trouvé dans ce mode de représentation pour décrire de manière générale la méthode trouvée par rapport aux autres registres sémiotiques.

Nous avons pu aussi constater que la démarche des élèves dans la (re)découverte des algorithmes de tri varie (en fonction des connaissances mobilisées ou pas, l'interprétation des rétroactions du milieu, la manière de traiter le singulier, la méthode en cours du développement, etc.). Par exemple, dès la première partie du jeu 2, la plupart des élèves dans leurs décisions concernant le choix des cartes à comparer utilisaient les connaissances sur les propriétés de la relation d'ordre alors que les autres ont eu besoin de rejouer plusieurs fois (en répétant le cycle « action-rétroaction-décision » lors de la situation d'action) pour arriver au constat que certains coups sont nécessaires ou, au contraire, inutiles. Un autre exemple concerne la recherche du nombre de coups pour trier les cartes quel que soit le nombre de cartes au départ. Certains élèves ont procédé par les jeux avec les cartes ouvertes afin ensuite généraliser la réponse alors que les autres étaient capables de raisonner dans le cas général sans recours aux exemples particuliers. En outre, les raisonnements mis en place par les élèves dans cette question semblent être de nature différente. Ci-dessous nous présentons les trois cas pour illustrer ce propos.

Cas 1. L'élève 1 à découvert le tri par sélection qu'il décrit sous forme d'un programme avec deux boucles imbriquées (Fig. 2). Il calcule le nombre de coups pour trier n cartes en calculant le nombre d'itérations dans chaque boucle. Ainsi, il écrit la formule avec une double sommation présentée sur la Fig. 3, et en simplifiant celle-ci, il obtient la somme de n-k pour k de 1 à n. Comme nous le voyons sur la fiche d'élève et dans l'extrait de vidéo, l'élève ne possède pas les connaissances mathématiques pour aller plus loin dans ses réflexions et donner le résultat dans une forme n'utilisant pas le symbole de somme. En même temps, le changement entre deux cadres (informatique et mathématiques) ne semble pas être difficile pour cet élève. En particulier, comme on peut le remarquer dans la production écrite, l'élève utilise la numération commençant par 0 dans le cas du programme et par 1 dans la somme.



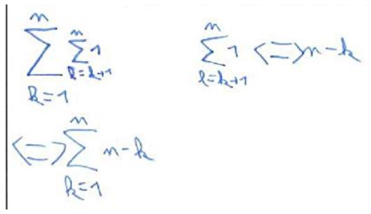
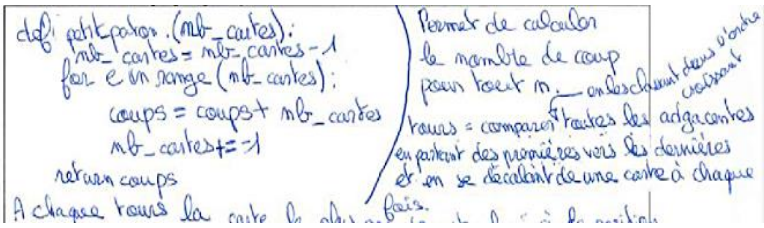


Fig. 2. **Fig. 3.**

Cas 2. L'élève 2 au fil des jeux a découvert le tri à bulle. Il se rend compte que le nombre de « tours » (comparaisons des cartes deux par deux en partant de la première jusqu'à la dernière carte) nécessaires pour trier les cartes est égal au nombre de cartes moins un et qu'à chaque tour, il y a un coup de moins à effectuer. Dans la discussion au sein du groupe, il exprime l'idée que « le nombre de coups minimal nécessaires pour trier *n* cartes est égal à *n*-1 fois le nombre de cartes moins 1 moins 1 mois 1 etc. ». Même si l'élève se rend compte d'avoir une suite arithmétique, il ne trouve pas une autre façon pour formaliser son idée autrement qu'à l'aide d'une procédure en langage de programmation (Fig. 4) qui permet de calculer le nombre de coups pour une valeur donnée de *n*.



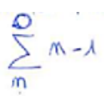
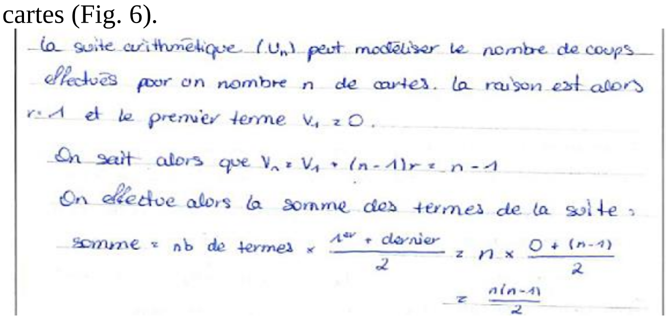


Fig. 4. **Fig. 5.**

Nous constatons un lien faux dans la conception de l'élève entre le nombre d'itérations dans la boucle et l'opération de multiplication en mathématiques. On peut aussi retrouver la difficulté liée au changement de cadre dans une autre production de cet élève (Fig. 5). L'utilisation du symbole « sigma » (écrit après l'intervention du professeur qui a invité l'élève à utiliser des outils mathématiques pour décrire le nombre de coups nécessaires pour trier *n* cartes) montre que l'élève reste toujours dans le contexte de programmation avec l'idée de décrémenter *n* à chaque itération.

Cas 3. L'élève 3, quant à lui, a élaboré le tri par insertion. En calculant le nombre de coups effectués pour trier les jeux avec différents nombres de cartes, l'élève s'est aperçu qu'il pouvait modéliser le nombre minimal de coups nécessaires pour trier un nombre quelconque de cartes comme la somme d'une suite arithmétique de raison 1. Ensuite, il a utilisé ses connaissances mathématiques pour exprimer cette somme en fonction du nombre *n* de cartes (Fig. 6).



la suite arithmétique (U_n) peut modéliser le nombre de coups effectués pour un nombre n de cartes. la raison est alors $r = 1$ et le premier terme $V_1 = 0$.

On sait alors que $V_n = V_1 + (n-1)r = n-1$

On effectue alors la somme des termes de la suite :

somme = nb de termes × $\frac{1^{er} + \text{dernier}}{2} = n \times \frac{0 + (n-1)}{2}$

$= \frac{n(n-1)}{2}$

Fig. 6.

En comparant les trois cas, nous pouvons remarquer que les raisonnements des élèves 1 et 2 sont de nature informatique alors que celui de l'élève 3 est plutôt mathématiques. Même si l'élève 1 ne rencontre pas de difficultés pour changer entre les deux cadres contrairement à l'élève 2, dans deux cas le manque des connaissances mathématiques semble constituer un frein dans le travail sur la complexité des algorithmes.

6 Conclusions et perspectives

Dans ce papier nous avons présenté des premiers résultats issus des expérimentations dans des classes de la spécialité NSI de la séquence comportant l'activité « Tri de cartes ». Ces résultats confirment les potentialités didactiques de ces jeux algorithmiques débranchés pour faire découvrir par les élèves des algorithmes de tri évoqués dans les programmes de NSI. En outre, la séquence fournit des conditions favorables pour faire rentrer les élèves dans l'analyse des algorithmes retrouvés du point de vue de nombre de coups minimal nécessaires pour effectuer le rangement en fonction de nombre *n* d'objets. Nous pouvons admettre l'importance du matériel proposé dans l'activité lors de cette phase car les élèves ont très souvent le besoin de revenir dans les situations d'actions en faisant des tris de suites particulières avant passer à la généralisation. Le contexte de travail dans une classe de NSI oriente parfois le raisonnement des élèves vers le raisonnement informatique. Par contre, les connaissances mathématiques semblent être essentielles pour accéder au concept de la complexité des algorithmes de tri. Cela reste un point délicat car tous les élèves suivant la spécialité NSI ne suivent pas forcément aussi la spécialité Mathématiques. En même temps, une analyse plus fine est nécessaire pour identifier les conditions qui peuvent influer sur l'activité des élèves dans les situations construites, notamment le répertoire de connaissances des élèves, les modalités de travail (individuelles, collectives), etc. Une autre perspective dans ce travail concerne l'analyse des preuves, produites par les élèves lors de la séquence, présentes dans notre corpus.

Références

1. Artigue, M. : Ingénierie didactique. Recherches En Didactique Des Mathématiques, 9(3), 281–308 (1988). https://revue-rdm.com/1988/ingenierie-didactique-2/
2. Bell, T., Witten, I., Fellows, M. : Computer Science Unplugged: Off-line Activities and Games for All Ages. Citeseer. (1998)
3. Bloch, I., Gibel, P. : Situations de recherche pour l'accès aux concepts mathématiques à l'entrée à l'université. Revue EpiDEMES, Épijournal de Didactique et Epistémologie des Mathématiques pour l'Enseignement Supérieur. Numéro spécial (2021). ⟨hal-03711877⟩
4. Brousseau, G. : Théorie des Situations Didactiques. La pensée sauvage. Grenoble. (1998).
5. Gibel, P. : Mise en œuvre d'un modèle d'analyse des raisonnements en classe de mathématiques à l'école primaire. Éducation & didactique, 9, 51-72 (2015). https://doi.org/10.4000/educationdidactique.2278
6. Gibel, P. : Elaboration et usages d'un modèle multidimensionnel d'analyse des raisonnements. Note de synthèse de l'Habilitation à diriger les recherches soutenue à l'Université de Pau et des Pays de l'Adour. (2018)
7. Haspekian, M., Nijimbéré, C. : Favoriser l'enseignement de l'algorithmique en mathématiques : une question de distance aux mathématiques ? Éducation & didactique, 10, 121-135 (2016) https://doi.org/10.4000/educationdidactique.2609
8. Modeste, S. : Enseigner l'algorithme pour quoi ? Quelles nouvelles questions pour les mathématiques ? Quels apports pour l'apprentissage de la preuve ? Thèse de doctorat, Université de Grenoble. (2012) ⟨tel-00783294⟩
9. Nishida, T., Kanemune, S., Idosaka, Y., Namiki, M., Bell, T., Kuno, Y. : A CS unplugged design pattern. ACM Sigcse Bulletin, 41(1), 231-235 (2009).
10. Rafalska, M. : Task design for promoting pupils' algorithmic thinking in problem-solving context without using computers. In : J. Hodgen, E. Geraniou, G. Bolondi, & F. Ferretti (Eds.), Proceedings of the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12). (pp. 1981-1989). Free University of Bozen-Bolzano, Italy and ERME. (2022) ⟨hal-03748490⟩